

2.6. Společný násobek a dělitel

dělitel ... každé číslo, kterým lze vydělit původní číslo bez zbytku

společný dělitel více čísel ... každé z čísel vydělí bez zbytku!!!

jak je najít?

a) u malých čísel si můžeme vypsát všechny dělitele (psali jsme si je do tabulky)

např.: najdi společné dělitele čísel 24, 144 a 90

24		144		90	
1	24	1	144	1	90
2	12	2	72	2	45
3	8	3	48	3	30
4	6	4	36	5	18
		6	24	6	15
		8	18	9	10
		9	12		

jednotliví dělitelé zadaných čísel jsou:

24 – 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

144 – 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 48, 72, 144

90 – 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90

společní dělitelé – dělí všechny tři čísla a jsou to: 1, 2, 3, 6

největší společný dělitel – je to největší číslo ze všech společných dělitelů, tedy v uvedeném příkladě je to číslo 6

zapisujeme: $D(24, 144, 90) = \underline{6}$

čísla, jejichž největší společný dělitel je číslo 1, se nazývají **nesoudělná čísla**

čísla, jejichž největší společný dělitel je větší než číslo 1, se nazývají **soudělná čísla**

např.: urči společné dělitele čísel:

a) 24 a 35 – společný dělitel je pouze číslo 1 ... jsou to čísla **nesoudělná** a $D(24, 35) = 1$

b) 55 a 35 – společní dělitelé jsou čísla 1 a 5 ... jsou to čísla **soudělná** a $D(55, 35) = 5$

24		35		55	
1	24	1	35	1	55
2	12	5	7	5	11
3	8				
4	6				

b) rychlejší způsob hledání největšího společného dělitele – pomocí rozkladu na součin prvočísel (stroměčkem nebo tabulkou)

např.: najdi společné dělitele čísel 96 a 120

96		:2		120		:2	
48	←	2		60	←	2	
24		2		30		2	
12		2		15		3	
6		2		5		5	
3		3		1			
1							

prvočíselný rozklad:

$$96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

všechna prvočísla, která jsou společná (jsou v obou rozkladech), tvoří největší společný dělitel:

$$D(96, 120) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = \underline{24}$$

kombinace společných prvočísel pak tvoří další společné dělitele: $2 \cdot 2 = 4$, $2 \cdot 3 = 6$, $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$, $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

společný násobek čísel – je to číslo, které lze vydělit všemi zadanými čísly

např.: najdi společné násobky čísel 6, 15 a 20

násobky 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, 102, 108, 114, 120, 126, ...

násobky 15: 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, ...

násobky 30: 30, 60, 90, 120, 150, ...

společné násobky – násobky všechny tři čísel a jsou to: 60, 120, ...

nejmenší společný násobek – je to číslo, které je nejmenší ze všech společných násobků daných čísel,
tedy v uvedeném příkladě je to číslo 60

zapisujeme: $n(6, 15, 30) = \underline{60}$

Pokud jsou daná čísla nesoudělná, je jejich nejmenší společný násobek roven jejich součinu:

např.: najdi nejmenší společný násobek čísel 6, 5 a 11

$$n(6, 5, 11) = 6 \cdot 5 \cdot 11 = 330$$

rychlejší způsob hledání nejmenšího společného násobku – pomocí rozkladu na součin prvočísel (stroměčkem nebo tabulkou)

např.: najdi nejmenší společný násobek čísel 96 a 120

prvočíselný rozklad (viz předchozí příklad):

$$96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Nejmenší společný násobek tvoří - součin všech společných prvočísel (tvoří největší společný dělitel) doplněný o chybějící prvočísla

$$n(96, 120) = \underline{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \underline{480}$$

Přitom platí:

pro každé dvě přirozené čísla a, b:

$$a \cdot b = D(a,b) \cdot n(a,b)$$

Použití:

hledám-li nejmenší společný násobek čísel – vynásobím je mezi sebou a výsledek vydělím největším společným dělitelem